

MECCANICA RAZIONALE - 15.04.2019

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

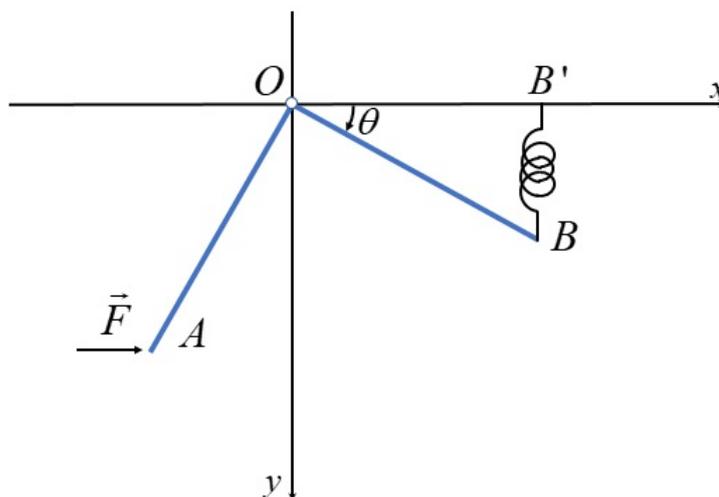
1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	9	TOT
Punti										

Nel piano verticale Oxy un sistema materiale è costituito da due aste omogenee OA ed OB , ciascuna di massa m e lunghezza L , tra loro perpendicolari e saldate in O . Il punto O del sistema è incernierato nell'origine del sistema di riferimento. Oltre alla forza peso, sul sistema agiscono

- la forza elastica $\vec{F}_k = -k(B - B')$, dove $k = \frac{1}{4} \frac{mg}{L}$ e B' la proiezione di B sull'asse delle x ,
- la forza costante $\vec{F} = \frac{1}{2} mg \hat{i}_1$, dove \hat{i}_1 è il versore dell'asse delle x , applicata in A .

Supposto il vincolo liscio e dato il parametro lagrangiano θ , angolo tra x^+ e $(B - O)$, si chiede:



1. Determinare le coordinate dei punti A , B , G_1 e G_2 (G_1 e G_2 sono i baricentri delle aste) e l'espressione delle forze attive in funzione del parametro lagrangiano. [PUNTI 2]

$$A - O = L(-\sin(\theta), \cos(\theta)); B - O = L(\cos(\theta), \sin(\theta)); G_1 - O = L/2(-\sin(\theta), \cos(\theta)); \\ G_2 - O = L/2(\cos(\theta), \sin(\theta)); \vec{F}_B = -kL(0, \sin(\theta)); \vec{F}_A = (mg/2, 0); \vec{F}_{G_1} = \vec{F}_{G_2} = (0, mg).$$

2. Determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema. [PUNTI 4]

$$U = mgL/2 (\cos(\theta) - 1/4 \sin^2(\theta)) + cost.$$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema [PUNTI 4]

$$\theta_1 = 0; \theta_2 = \pi.$$

4. Determinare la reazione vincolare esterna nelle configurazioni di equilibrio. [PUNTI 4]

$$\vec{\phi}_O = (-mg/2, -2mg)$$

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema. [PUNTI 4]

$$T = \frac{mL^2}{3} \dot{\theta}^2$$

6. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O . [PUNTI 4]

$$\vec{K}_O = \frac{2}{3} mL^2 \dot{\theta} \hat{i}_3$$

7. Scrivere la seconda equazione cardinale del sistema rispetto al polo O [PUNTI 4]

$$\frac{d}{dt} \vec{K}_O = \frac{2}{3} mL^2 \ddot{\theta} \hat{i}_3 = \vec{\Omega}_O^e = (-mgL/2 \sin(\theta) - kL^2 \cos(\theta) \sin(\theta)) \hat{i}_3$$

8. Determinare un integrale primo del moto. [PUNTI 2]

$$E = T - U, \quad E = \frac{mL^2}{3} \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} mgL \cos(\theta) + \frac{1}{2} kL^2 \sin^2(\theta)$$

9. Scrivere la funzione lagrangiana e trovare l'equazione differenziale del moto. [PUNTI 4]

$$\mathcal{L} = T + U, \quad \ddot{\theta} = -\frac{3g}{8L} \sin(\theta) (2 + \cos(\theta)).$$